

Schémas de bi-projection pour des fluides de Bingham

Thierry Dubois

Bâtiment de Mathématiques, Bureau 127

Tél. : 04 73 40 77 06 - Mél. : Thierry.Dubois@uca.fr

Un fluide de Bingham modélise un milieu visco-plastique comme le miel, le dentifrice, la mayonnaise, certaines boues ou encore un mélange dense d'air ou d'eau avec des particules fines. De tels fluides sont très utilisés dans un contexte industriel (alimentaire, bâtiment, ...) et on les rencontre également dans des problèmes géophysiques (coulées de boues, écoulements pyroclastiques générés par des éruptions volcaniques, ...). Les écoulements d'un fluide de Bingham sont régis par les équations de Navier-Stokes (mécanique des fluides) dont le tenseur des contraintes vérifie une loi à seuil. Une conséquence importante du point de vue mathématique est qu'une telle rhéologie n'est pas toujours définie et donne lieu à une expression non différentiable pour la partie plastique du tenseur. Il convient alors d'introduire des outils adaptés et de développer des méthodes permettant de résoudre cette difficulté majeure.

Dans [1], une méthode originale a été proposée et analysée pour des écoulements viscoplastiques incompressibles homogènes, *i.e.* à densité constante. Elle repose sur une formulation à l'aide d'un opérateur de projection de la définition du tenseur plastique. Cette approche est couplée avec un schéma de projection [2] pour la discrétisation en temps des équations de Navier-Stokes, ce qui permet de découpler les inconnues vitesses et pression, et d'imposer la contrainte d'incompressibilité. Le schéma de bi-projection ainsi obtenu est un algorithme efficace et simple à mettre en œuvre pour l'approximation numérique d'écoulements visco-plastiques.

En se basant sur [3], un schéma de bi-projection pour des écoulements visco-plastiques à densité variable a été récemment proposé et analysé dans [4]. Ce travail étend l'application de la méthode à des écoulements multi-phasiques comme l'instabilité de Rayleigh-Taylor, qui consiste à superposer deux fluides de densités différentes [2], ou encore le problème de ruptures de barrages.

L'objectif de ce cours sera d'étudier ces schémas, du point de vue de leur analyse mathématique (stabilité et estimation d'erreurs) et de leur mise en œuvre. Après une introduction à la modélisation des écoulements visco-plastiques, les références [1] et [4] seront étudiées.

Références bibliographiques

- [1] L. Chupin et T. Dubois, *A bi-projection method for Bingham type flows*, *Comput. Math. Appl.*, **72**(5) :1263–1286, 2016.
- [2] J.L. Guermond, P. Mineev et J. Shen, *An Overview of Projection Methods for Incompressible Flows*, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, **195** :6011-6045, 2006
- [3] J.-L. Guermond et A. Salgado, *A splitting method for incompressible flows with variable density based on a pressure Poisson equation*, *J. Comput. Physics*, 2009.
- [4] R. Chalayer, L. Chupin et T. Dubois, *A Bi-Projection Method for Incompressible Bingham Flows with Variable Density, Viscosity, and Yield Stress*, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **56**(4) :2486–2483, 2018.